Info-Brief Nr. 8

Scheinleistung und Blindleistung in Drehstromnetzen

Differenzen bei den Messergebnissen

Das Angebot an elektromechanischen und elektronischen Messmitteln in Analog - und Digitaltechnik zur Messung von Leistungsgrößen ist umfangreich. Ein Vergleich der technischen Unterlagen verschiedener Hersteller zeigt, dass für Leistungsgrößen keine oder unterschiedliche Definitionen angegeben werden. Das führt bei verzerrter Sinusform der Wechselgrößen und/oder deutlich unsymmetrisch belasteten Drehstromnetzen, vor allem bei der Blindleistungsmessung, zu nicht mehr vergleichbaren Messergebnissen. Aber auch bei unverzerrter Sinusform können bei unsymmetrischer Last die Messmittel verschiedener Hersteller bei ansonsten gleichen Bedingungen unterschiedliche Messwerte anzeigen. Diese Differenzen können zwar bei geringen Anforderungen an die Messgenauigkeit und bei angenähert idealen Betriebsverhältnissen vernachlässigt werden, jedoch nicht mehr bei deutlicher Abweichung davon.

Unterschiedliche Messergebnisse sind zu erwarten und auch tatsächlich anzutreffen, weil sich einerseits eine einheitliche und allgemein verbindliche Festlegung der Definitionen für die Messgrößen Scheinleistung und Blindleistung noch nicht durchgesetzt hat und andererseits der Stand der Messgerätetechnik heutzutage eine Ermittlung aller aus den Augenblickswerten der Spannungen und der Ströme ableitbaren Größen ohne besonderen Mehraufwand erlaubt.

Für einen sinnvollen Umgang mit der Vielzahl dieser Größen muss deshalb beim Hersteller und Anwender der Messmittel die Kenntnis von der Definition und der Aussagekraft der Größen vorausgesetzt werden. Es muss bereits vor der Messung Klarheit darüber bestehen, was (und warum) wirklich gemessen werden soll. Welche Messmittel erfüllen diese Aufgabe und welche Einflussgrößen können auf das Messergebnis verfälschend einwirken?

Scheinleistung in Drehstromnetzen

Bei der Energieumwandlung im Verbraucher treten dann keine Verluste auf, wenn der Verbraucher als symmetrische Lastschaltung mit linearen Wirkwiderständen aufgebaut ist und in jedem Strang zwischen dem zeitlichen Verlauf von Spannung und Strom direkte Proportionalität besteht. Diese Bedingungen müssen alle erfüllt sein; symmetrische Spannungen und Ströme sind jedoch keine Bedingung.

Messmittel für Scheinleistung

Die für die Wirtschaftlichkeit eines Betriebsmittels entscheidenden Fragen lauten demnach: Welches Verhältnis besteht zwischen der scheinbar und der wirksam in eine andere Energieform umgesetzten elektrischen Leistung und wie wird die scheinbare Leistung quantitativ ermittelt?

Sinngemäß wie bei der Scheinleistung im Zweileiter-Wechselstromnetz wird im Dreileiter-Drehstromnetz das Produkt aus der kollektiven Spannung U_Σ und dem kollektiven Leiterstrom I_Σ als kollektive Scheinleistung S_Σ bezeichnet.

$$S_\Sigma = U_\Sigma \cdot I_\Sigma \qquad (1)$$

Nach DIN 40110 Teil 2 [1] gilt für ein Drehstrom-Dreileiternetz

$$S_\Sigma = \sqrt{U_{10}^2 + U_{20}^2 + U_{30}^2} \cdot \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2} \qquad (2)$$

oder bei Verwendung der Leiter-Leiter-Spannungen

$$S_\Sigma = \sqrt{\frac{1}{3}\left(U_{12}^2 + U_{13}^2 + U_{23}^2\right)} \cdot \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2} \qquad (3)$$

und für ein Drehstrom-Vierleiternetz

$$S_\Sigma = \sqrt{U_{10}^2 + U_{20}^2 + U_{30}^2 + U_{N0}^2} \cdot \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + I_N^2} \qquad (4)$$

Die gerätetechnische Nachbildung der Formeln (2), (3) und (4) ist technisch/wirtschaftlich mit elektromechanischen Messwerken nicht realisierbar, sodass in der Vergangenheit (in Anlehnung an $P = P_1 + P_2 + P_3$) allgemein die Formel $S = U_{10} I_1 + U_{20} I_2 + U_{30} I_3$ verwendet wurde und auch weiterhin bei digitalen Messmitteln häufig verwendet wird.

Von E. Weber [2] wurde bereits im Jahr 1929 eindeutig nachgewiesen, dass diese Formel für die Scheinleistung im Drehstromnetz nicht exakt ist. Eine umfassende und schlüssige Theorie zur Definition dieser Messgröße liefert eine Arbeit von J. Brenner [3] sowie DIN 40110 Teil 2.

Blindleistung in Drehstromnetzen

Für die kollektive Blindleistung Q_Σ im Drehstromnetz, die zunächst nur eine aus S_Σ und P_Σ abgeleitete Rechengröße ist, gilt entsprechend der Vereinbarung, dass die Beträge der Wirkleistung und der Blindleistung die beiden orthogonalen Komponenten der Scheinleistung sind:

$$Q_\Sigma = \sqrt{S_\Sigma^2 - P_\Sigma^2} = S_\Sigma \sin\varphi \qquad (5)$$

Die so ermittelte Blindleistung umfasst alle Verluste, die durch Blindwiderstände, nicht-lineare Widerstände (Oberschwingungen) und Unsymmetrie der Last verursacht werden. Blindleistung nach dieser Definition wird somit bereits von einer Last aus ungleichen Wirkwiderständen beansprucht (Beispiel 2)!

Messmittel für Blindleistung

Ebenso wie bei der Wirkleistung wurde in der Vergangenheit für die Blindleistung die Formel

$Q^* = Q^*_{L1} + Q^*_{L2} + Q^*_{L3}$

mit der jeweiligen Strangleistung

$Q^*_i = U_i \cdot I_i \cdot \cos(90° - \varphi_i)$

allgemein verwendet.

Bei den elektromechanischen Messmitteln war das ohnehin die einzige wirtschaftliche Lösungsmöglichkeit und hat dadurch die Blindleistungsmessung für lange Zeit geprägt. Auf die Fragwürdigkeit dieser Blindleistungsdefinition ist *E. Weber* [3] ebenfalls ausführlich eingegangen.

Wegen des undefinierten Einflusseffektes der Kurvenform bei nicht-sinusförmigen Wechselgrößen und wegen des zusätzlichen Einflusseffektes unsymmetrischer Leiter-Leiter-Spannungen auf das Messergebnis liefern derartige Blindleistungsmessungen allgemein nur unsichere Messwerte.

Gegebenheiten in den Versorgungsnetzen

In den Hoch- und Mittelspannungsnetzen der Energie-Versorgungsunternehmen ist die Belastung der drei Stränge angenähert symmetrisch und die Kurvenform der Wechselgrößen sinusförmig. Die Blindleistung wird deshalb noch vorwiegend nach der Formel

$Q^* = Q^*_{L1} + Q^*_{L2} + Q^*_{L3}$

gemessen, weil der so ermittelte Messwert von dem Messwert für Q unter diesen Bedingungen nur unwesentlich abweicht (Beispiel 2).

Nur für sinusförmige Wechselgrößen, symmetrische Spannungen, symmetrische Ströme und gleiche Phasenwinkel liefern die Formeln für Q_Σ und Q^* gleiche Ergebnisse, ansonsten sind die Ergebnisse ungleich.

Aus diesen Gründen und wegen der bis in die achtziger Jahre des letzten Jahrhunderts fehlenden gerätetechnischen Nachbildungsmöglichkeit der Formel (5) bestand bis dahin kein Anreiz und auch kein Zwang sich mit der Definition und Messung der Blindleistung im Drehstromnetz weiter zu befassen. Diese Situation hat sich bis heute, vor allem im Bereich der Energieverteilung, für den Praktiker nahezu nicht geändert.

Messung der Strang-Blindleistung bei sinusförmigen Wechselgrößen

Mit einfachen Messmitteln kann die Formel

$Q^* = U \cdot I \cdot \sin\varphi$

nicht nachgebildet werden, weil die Multiplikation von u und i und die nachfolgende Integration stets das Ergebnis

$U \cdot I \cdot \cos\varphi$

liefert, nicht jedoch das erforderliche Ergebnis

$U \cdot I \cdot \sin\varphi$.

Wegen

$\sin\varphi = \cos(90° - \varphi)$

lässt sich aber die Blindleistung bei sinusförmigen Wechselgrößen messtechnisch ebenso erfassen wie die Wirkleistung, wenn vor der Multiplikation der Augenblickswerte von Spannung und Strom die Spannung um 90° gegen den Strom verschoben wird.

Diese Verschiebung lässt sich in jedem Strang auf zwei Arten erreichen:

Bei digitalen Messmitteln wird der jeweilige Abtastwert der Spannung nicht mit dem zugehörigen, sondern mit dem um $\pi/2$ (entspricht 90°) versetzten Abtastwert des Stromes multipliziert.

$$Q^* = \frac{1}{N}\sum_{k=l}^{N} u(t_k)\cdot i(t_{k+N/4}) \qquad (6)$$

N *Anzahl der Abtastwerte pro Periode*
k *Index der Abtastwerte*

Für analoge Messmittel im Drehstromnetz kann eine derartige Verschiebung durch Verwendung der zum jeweiligen Zeiger der Sternspannung senkrecht stehenden Zeiger der Leiter-Leiter-Spannung erreicht werden.

Durch den Anschluss der entsprechenden Leiter-Leiter-Spannungen an das Messmittel erhält man eine einfache *frequenzunabhängige* Verschiebung der Spannung gegen den Strom um (90° $\pm\varphi$). Die Winkeländerung ist jedoch nur dann exakt 90°, wenn die Leiter-Leiter-Spannungen symmetrisch sind. Das gilt auch bei den Formeln (7) und (8).

Für *sinusförmige* Wechselgrößen lässt sich somit die Formel für Q* in der folgenden Form (für analoge Messmittel) angeben:

$$Q^* = 1/\sqrt{3}\,[U_{23}\cdot I_1\cdot\cos(\varphi_{23}-\psi_1) + U_{31}\cdot I_2\cdot\cos(\varphi_{31}-\psi_2) + U_{12}\cdot I_3\cdot\cos(\varphi_{12}-\psi_3)] \qquad (7)$$

φ_{ij} Winkel des Spannungszeigers gegen die reelle Achse
ψ_i Winkel des Stromzeigers gegen die reelle Achse

Für das Dreileiter-Drehstromnetz, d.h. bei Einhaltung der Bedingung $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$ und Anschluss des Messmittels nach DIN 43807 (virtueller Sternpunkt, zwei Messwerke) kann die Gleichung (6) auch in der folgenden Form angegeben werden:

$$Q^* = \sqrt{3}\,[U_{10}\cdot I_3\cdot\cos(\varphi_{10}-\psi_3) - U_{30}\cdot I_1\cdot\cos(\varphi_{30}-\psi_1)] \qquad (8)$$

Bei dieser Messmethode wird nur die Blindleistung erfasst, die durch die Blindwiderstände der einzelnen Stränge verursacht wird. Die durch unsymmetrische Belastung des Netzes verursachte Blindleistung wird nicht erfasst.

Einflusseffekt von nicht-sinusförmigen Wechselgrößen

Die nach der Formel 5 für Q ermittelten Ergebnisse stimmen bei nicht-sinusförmigen Wechselgrößen mit den Ergebnissen nach Formel 6 nicht überein. Dabei gilt stets $Q^a < Q$.

Der aus den Abtastwerten ermittelte Messwert nach Formel 6 ist gleich dem Rechenwert nach Formel 9. Dabei werden eine genügend hohe Anzahl N der Abtastungen und eine exakte Bandbegrenzung vorausgesetzt sowie andere gerätetechnische Fehlerursachen nicht berücksichtigt.

$$Q^a = \sum_{\nu=1}^{\infty} U_\nu \, I_\nu \cos\left(\nu\, 90° - \varphi_\nu\right) \qquad (9)$$

φ_ν *Phasenwinkel zwischen den Harmonischen von Spannung und Strom der Ordnungszahl* ν.

oder in der ausführlichen Form

$Q^a = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos(1 \cdot 90° - \varphi_1) \ldots + U_\nu \cdot I_\nu \cdot \cos(\nu \cdot 90 - \varphi_\nu)$

Ebenso wie bei der Wirkleistung ergeben ausschließlich die gleichfrequenten Oberschwingungen von Spannung und Strom für Q^a einen Betrag größer null. Das Integral (der arithmetische Mittelwert) über den zeitlichen Verlauf des Momentanwertes der Blindleistung ergibt für eine Periode bei ungleich-frequenten Oberschwingungen den Wert null.

Blindleistung der Grundschwingungen

Wenn nur der Strom einen nicht-sinusförmigen, die Spannung jedoch einen sinusförmigen Verlauf hat (also keine Oberschwingungen), wird mit Q^a die Blindleistung der Grundschwingungen gemessen, weil dann der Faktor $U_{n\sqrt{}}$ gleich null ist und damit auch die Produkte der Oberschwingungen gleich null sind.

$$Q^a = U_1 \, I_1 \cos(90° - \varphi_1) + 0 \ldots + 0 \qquad (10)$$

Wenn die jeweiligen Oberschwingungen der Spannung nicht *gleichfrequent* mit denen des Stromes sind, entspricht das Messergebnis der Grundschwingungsblindleistung.

Beispiel 1

Gegeben: eine nicht-sinusförmige Spannung mit der Grundschwingung U_1 = 230 V und den Oberschwingungen U_3 = 35 V und U_5 = 16 V. Ferner ein nicht-sinusförmiger Strom mit der Grundschwingung I_1 = 4,60 A und den Oberschwingungen I_3 = 0,70 A und I_5 = 0,32 A. Phasenwinkel φ_1 = 37°; φ_3 = 42°; φ_5 = 26°.

Wirkleistung

P = 230 V · 4,60 A · cos 37° + 35 V · 0,70 A · cos 42° + 16 V · 0,32 A · cos 26°
= 845 W + 18 W + 5 W = 868 W

Scheinleistung

S = 233,2 V · 4,66 A = 1088 VA

Blindleistung

Q^a = 230 V · 4,60 A · cos (1·90° - 37°) +35 V · 0,70 A · cos (3·90° - 42°) +16 V · 0,32 A · cos (5·90° - 26°)
= 637 Var - 16 Var + 2 Var = 623 Var

$$Q = \sqrt{(S^2 - P^2)} = 656\,\mathrm{Var}$$

Differenz der Blindleistungswerte

$Q^a - Q_\Sigma$ = 623 Var - 656 Var = - 33 Var;
prozentuale Abweichung von Q_Σ: - 5 %

Grundschwingungsblindleistung

Q_1 = 230 V · 4,60 A · cos (90° - 37°) = 637 Var

Vorzeichen der Blindleistung

Ebenso wie bei der Wirkleistungsmessung haben, im Gegensatz zu Q_Σ, die Messwerte von Q^a ein Vorzeichen, das abhängig ist von der Lastart (induktiv oder kapazitiv) und von der Energieflussrichtung. Bei Energiebezug und induktivem Blindwiderstand des Verbrauchers hat der Phasenwinkel φ ein positives Vorzeichen und damit jeweils auch der Wert von Q^a.

Das Vorzeichen ist bei kapazitivem Blindwiderstand des Verbrauchers negativ. Kehrt sich die Energieflussrichtung um, wechselt auch das Vorzeichen.

Beispiel 2

Für die Berechnungen (mit Programm E-1.4.1; abrufbar unter www.a-eberle.de (Download Center)
werden sinusförmige Wechselgrößen zugrunde gelegt.

Drehstrom-Dreileiternetz

	Beispiel A	Beispiel B
U_{12}	104,5 V	101,2 V
U_{23}	103,9 V	100,6 V
U_{31}	104,9 V	101,9 V
$\neq U$	0,5 %	0,8 %
I_1	4,3 A (28 W)	4,0 A
I_2	4,4 A (26 W)	4,4 A
I_3	3,8 A (34 W)	3,6 A
$\neq I$	8,1 %	11,8 %
φ_{10}	-4,4° (cos φ = 0,997)	23° (cos φ = 0,92)
φ_{20}	3,2° (cos φ = 0,998)	32,9° (cos φ = 0,84)
φ_{30}	1,2° (cos φ = 1,000)	34,1° (cos φ = 0,83)
P_Σ	748 W	609 W
S_Σ	751 W	708 W
ΔS^*	-0,2 % (S^* = 749 VA)	-0,4 % (S^* = 706 VA)
Q_Σ	61 VAr	361 VAr
ΔQ^a	-99 % (Q^a = 0,7 Var)	-2,5 % (Q^a = 352 Var)

Drehstrom-Vierleiternetz

	Beispiel A	Beispiel B
U_{1N}	228,2 V	227,6 V
U_{2N}	231,2 V	230,9 V
U_{3N}	230,0 V	231,8 V
$\neq U$	0,7 %	0,7 %
I_1	12,5 A (18 W)	12,4 A
I_2	10,5 A (22 W)	10,5 A
I_3	9,3 A (25 W)	9,4 A
$\neq I$	17,6 %	17,0 %
φ_{10}	0,0° (cos φ = 1,000)	22,6° (cos φ = 0,92)
φ_{20}	1,0° (cos φ = 1,000)	20,3° (cos φ = 0,94)
φ_{30}	0,5° (cos φ = 1,000)	27,4° (cos φ = 0,89)
P_Σ	7440 W	6793 W
S_Σ	7573 W	7604 W
ΔS^*	-2 % (S^* = 7440 VA)	-3 % (S^* = 7403 VA)
Q_Σ	1416 Var	3416 Var
ΔQ^a	-98 % (Q^a = 27 Var)	-15 % (Q^a = 2918 Var)

Q^a Blindleistung, Anschluss und Messmittel nach DIN 43807; siehe Formel 7 und 8

φ_{10} Winkel zwischen I_1 und U_{10}

$\neq$ [%] Unsymmetrie (Gegensystem/Mitsystem)

ΔS^* prozentuale Abweichung von S_Σ

ΔQ^a prozentuale Abweichung von Q_Σ

Literatur

[1] DIN 40 110: Wechselstromgrößen, Teil 1, Zweileiter - Stromkreise, Beuth Verlag GmbH, Berlin und Köln 03.94 und DIN 40 110: Wechselstromgrößen, Teil 2, Mehrleiter - Stromkreise, Beuth Verlag GmbH, Berlin und Köln

[2] Weber, E.: Zur Definition von “Scheinleistung“, „Blindleistung“ und Leistungsfaktor, Elektrotechnik und Maschinenbau, April 1929 Seite 277...284.

[3] Brenner, J.: Scheinleistung im Mehrphasensystem, Sonderdruck Metrawatt GmbH Juni 1992 und Elektrische Leistung im Mehrphasensystem, 1998 (abrufbar unter ***www.a-eberle.de*** (Download Center)

[4] Karger, H.: Messungen in Netzen der elektrischen Energietechnik, Pia-Verlag Nürnberg, 1994

[5] Karger, H.: ***messen + regeln*** in Starkstromnetzen Teil 1; A. Eberle GmbH & Co KG 2003

Verfasser: Helmut Karger
info@a-eberle.de

Die für die Beispiele verwendeten EXCEL-Programme können abgerufen werden unter:
www.a-eberle.de *(Download Center)*

Die Reihe wird fortgesetzt.
Fehlende Info-Briefe liefern wir Ihnen jederzeit gerne nach.

Ausgabe: 03-2013 / I008-1-D-1-001-04.docx