

## Info-Brief Nr. 22

### Definition der Leistungsmessgrößen nach den Normen DIN 40110-2 und IEEE 1459

---

Das Angebot an elektronischen Messmitteln zur digitalen Messung von Leistungsgrößen ist umfangreich. Ein Vergleich zwischen den verschiedenen Herstellern zeigt, dass vor allem bei der Blindleistungsmessung bei verzerrter Sinusform und/oder deutlich unsymmetrisch belasteten Drehstromnetzen unterschiedliche Messergebnisse auftreten können. Dies kann zu Problemen bei der Auslegung und beim Betrieb von Anlagen, bis hin zu größeren Überlastungen und Ausfällen führen.

Die Leistungsmessung in Mehrleiter-Stromkreisen ist in den Normen DIN 40110-2 (Deutschland) bzw. IEEE 1459 (International) definiert. Die Berechnungsverfahren dieser Normen bilden somit die Grundlage für Leistungsberechnungen bei modernen Messgeräten.

Alle Geräte der A. Eberle Produktpalette von festinstallierten Geräten über die mobilen Netzanalysatoren verwenden das Berechnungsverfahren nach DIN 40110-2.

Im Folgenden werden zunächst die grundsätzlichen Definitionen von Wirk-, Schein- und Blindleistung beschrieben und anschließend die einzelnen Blindleistungsarten anhand von Beispielen erläutert.

Es wird dabei auf den Unterschied zwischen der Leistungsmessung im Ein- und Mehrphasensystem sowie auf Besonderheiten im 4- bzw. 3- Leiternetz eingegangen.

#### Leistungsdefinitionen

Die Wirkleistung stellt die einzige Leistung dar, welche von Messgeräten direkt aus den Momentanwerten von Spannung  $u(t)$  und Strom  $i(t)$  berechnet werden kann. Der Leistungsmomentanwert  $p(t)$  ergibt sich für jeden Abtastzeitpunkt  $t$  aus dem Produkt aus Spannung und Strom.

$$p(t) = u(t) * i(t) \quad (1)$$

Die Integration der momentanen Leistung  $p(t)$  in einem Zeitintervall  $T = t_2 - t_1$  liefert die Energie  $E$ . Das Zeitintervall  $T$  ist dabei frei wählbar und kann beispielsweise eine halbe Netzfrequenzperiode (für TRMS Störschriebe) oder 15 Minuten (zur Energiemessung) betragen.

$$E = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt \quad (2)$$

Wird Energie von einer Quelle zu einem Verbraucher (z.B. Glühlampe, Motor) transportiert und dort aufgenommen, spricht man von Wirkenergie. Die Speicherung von Energie am Verbraucher (z.B. in Kondensatoren, Kapazitäten) und den späteren Rücktransport zur Quelle nennt man Blindenergie.

Leistung wird demnach als Energietransport pro Zeit von einer Quelle zu einer Last definiert. Der Teil der Leistung, welcher innerhalb des betrachteten Zeitintervalls zur Quelle zurückfließt wird Blindleistung  $Q$  genannt, während der Teil der Leistung, welcher an der Last in andere Leistungsformen (z.B. Wärmeleistung, Licht, mechanische Leistung) umgesetzt wird, als Wirkleistung  $P$  bezeichnet wird.

Diese Betrachtung macht deutlich, dass der berechnete Wert für Wirk- und Blindleistung nicht nur vom zeitlichen Spannungs- und Stromverlauf, sondern immer auch von dem betrachteten Zeitintervall  $T$  abhängig ist.

#### Scheinleistung

Die Scheinleistung wird häufig zur Auslegung von elektrischen Betriebsmitteln verwendet und berechnet sich bei einphasigen Systemen aus dem Produkt aus den Effektivwerten (TRMS; true root mean square = quadratischer Mittelwert (AC und DC Anteil)) von Spannung und Strom und besitzt demnach kein Vorzeichen.

$$S = U_{trms} * I_{trms} \quad (3)$$

Die kollektive Scheinleistung  $S_{\Sigma}$  eines Dreiphasensystems wird aus den in DIN 40110-2 definierten Werten für kollektive Spannung  $U_{\Sigma}$  und kollektiven Strom  $I_{\Sigma}$  berechnet. Auf die Bedeutung dieser Größen wird im Abschnitt „Blindleistung im Dreiphasensystem“ genauer eingegangen.

$$S_{\Sigma} = U_{\Sigma} * I_{\Sigma} \quad (4)$$

#### Wirkleistung

Die Wirkleistung  $P$  stellt den Teil der Leistung dar, welcher innerhalb des betrachteten Zeitintervalls  $T = t_2 - t_1$  zur Last transportiert wird und nicht wieder zurück zur Quelle fließt. Die Wirkleistung ist als Mittelwert der momentanen Leistung  $p(t)$  definiert und besitzt ein Vorzeichen, welches in Abhängigkeit des Zählpfeilsystems die Energieflussrichtung angibt.

$$P = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \frac{E}{T} \quad (5)$$

Da es sich bei der Wirkleistung im Gegensatz zur Scheinleistung um einen zeitlichen Mittelwert handelt, kann die kollektive Wirkleistung  $P_{\Sigma}$  eines Dreiphasensystems aus der Summe der Wirkleistungen der einzelnen Phasen berechnet werden.

$$P_{\Sigma} = P_1 + P_2 + P_3 \quad (6)$$

## Blindleistung

Die Blindleistung stellt den Teil der Leistung dar, welcher innerhalb des betrachteten Intervalls  $T$  von der Quelle zur Last und wieder zurückfließt und ergibt sich allgemein aus der Beziehung:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (7)$$

Blindleistung wird nie direkt berechnet, sondern stellt stets eine abgeleitete Größe aus Schein- und Wirkleistung dar. Die Gesamtblindleistung eines elektrischen Energiesystems  $Q_\Sigma$  setzt sich aus 5 unterschiedlichen Blindleistungsarten zusammen, welche sich durch quadratische Addition zusammenfassen lassen.

$$Q_\Sigma = \sqrt{Q_{h1}^2 + Q_{hn}^2 + Q_d^2 + Q_m^2 + Q_u^2} \quad (8)$$

**Tabelle 1: Übersicht Blindleistungsarten**

Größe	Komponente	Ursache
$Q_{h1}$	Grundschriftungs-Verschiebungslinleistung	Phasenverschiebung $\varphi_1$
$Q_{hn}$	Oberschriftungs-Verschiebungslinleistung	Phasenverschiebung $\varphi_i$
$Q_d$	Verzerrungsblindleistung	Stromharmonische
$Q_m$	Modulationsblindleistung	Leistungsschwankungen innerhalb von $T$
$Q_u$	Unsymmetrieblindleistung	Unsymmetrische Belastung des Dreiphasen-Systems

Zur Berechnung der Blindleistung muss wie bei der Scheinleistung zwischen Einphasen- und Dreiphasensystem unterschieden werden.

## Blindleistung im Einphasensystem

In einphasigen Systemen können die Blindleistungsarten  $Q_{h1}$ ,  $Q_{hn}$ ,  $Q_d$  und  $Q_m$  auftreten, während Unsymmetrieblindleistung erst bei Betrachtung des gesamten Drehstromsystems messbar wird.

## Verschiebungsblindleistung

Die Verschiebungsblindleistungen  $Q_{h1}$  und  $Q_{hn}$  werden aufgrund der Phasenverschiebung  $\varphi_{hi}$  zwischen Spannung und Strom von gleichfrequenten Signalanteilen hervorgerufen.

$$Q_{h1} = U_{h1} \cdot I_{h1} \cdot \sin \varphi_{h1} \quad (9a)$$

$$Q_{hn} = \sqrt{\sum_{i=2}^n (U_{hi} \cdot I_{hi} \cdot \sin \varphi_{hi})^2} \quad (9b)$$

Die Komponente  $Q_{h1}$  beschreibt die Verschiebungsblindleistung der Grundschriftung von Spannung und Strom, während mit  $Q_{hn}$  alle Verschiebungsblindleistungen der Harmonischen zusammengefasst werden.

Die Beispiele A und B in Tabelle 2 zeigen den Einfluss der Verschiebungsblindleistung auf die Strombelastung der Leitungen im Netz.

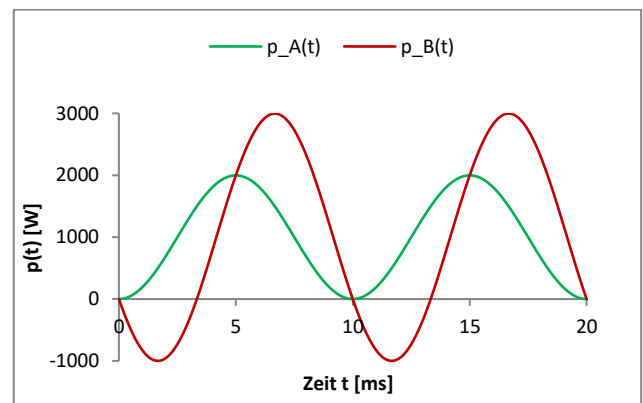
In beiden Fällen wird vom Verbraucher eine Wirkleistung (Leistungsmittelwert über eine Netzfrequenzperiode) von  $P = 1,012 \text{ kW}$  aufgenommen. In Beispiel A liegen Spannung und Strom in Phase ( $\varphi_{h1} = 0^\circ$ ).

Der zeitliche Verlauf der Momentanleistung in Bild 1 zeigt, dass in diesem Fall die Leistung  $p_A(t)$  stets positiv ist und es somit zu keiner Leistungspendelung zwischen Quelle und Verbraucher kommt, es tritt keine Blindleistung auf.

**Tabelle 2: Beispiel Verschiebungsblindleistung**

Größe	Beispiel A	Beispiel B
$U_{h1}$	230 V	230 V
$I_{h1}$	4,4 A	8,8 A
$\varphi_{h1}$	$0^\circ$	$60^\circ$
$P$	1012 W	1012 W
$S$	1012 VA	2024 VA
$Q_{h1}$	0 Var	1752 VAR

In Beispiel B wird die gleiche Wirkleistung mit einem Phasenwinkel von  $\varphi_{h1} = 60^\circ$  übertragen. Aufgrund dieser Verschiebung tritt im ersten Teil der Netzfrequenzperiode ein Leistungsfluss vom Verbraucher zur Quelle auf (negative Momentanleistung), welcher zu einem späteren Zeitpunkt durch einen höheren Leistungsfluss von der Quelle zum Verbraucher ausgeglichen werden muss, um die identische Wirkleistung  $P$  zu übertragen. Im gegebenen Fall kann dies nur durch eine Verdopplung des Leiterstroms von 4,4 A in Beispiel A auf 8,8 A in Beispiel B erreicht werden.



**Bild 1: Momentanleistung einer Periode mit Verschiebungsblindleistung**

Dieser höhere Stromfluss führt zu einer stärkeren Belastung der Betriebsmittel im Netz. Diese Mehrbelastung wird durch die Erhöhung der Scheinleistung (von 1024 VA auf 2048 VA)

sowie die Ausbildung einer Blindleistung von  $Q_{h1} = 1745$  VAR beschrieben.

Die Verschiebungsblindleistung besitzt als einzige Blindleistungsart ein Vorzeichen, welches die Art der Blindleistung beschreibt. Im Verbraucherzählpfeldsystem wird dabei die negative Blindleistung als kapazitiv, sowie die positive Blindleistung als induktiv definiert.

## Verzerrungsblindleistung

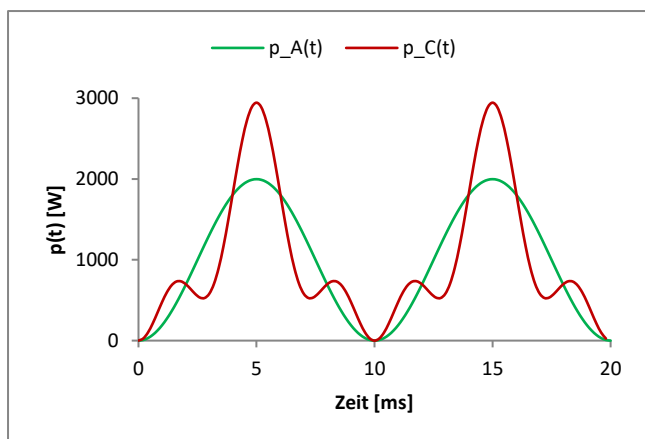
Neben der zeitlichen Verschiebung von Spannung und Strom führt die Kombination von nicht-gleichfrequenten Schwingungsteilen ebenfalls zur Entstehung von Blindleistung, da in diesem Fall, unabhängig von der Phasenlage der Signale, der Mittelwert der über die Signalperiode gebildeten Energie stets Null ergibt. Nach Gleichung 5 kann somit keine Wirkleistung entstehen, obwohl die Übertragungsleitung belastet wird, was zur Ausbildung von Blindleistung führt.

Beispiel C aus Tabelle 3 zeigt eine sinusförmige Spannung mit einem Grundschwingungsstrom von 4,4 A und einem Strom der 5. Harmonischen mit einem Effektivwert von 2 A.

Der Oberschwingungsstrom liefert dabei keinen Beitrag zur Wirkleistung, sondern bewirkt eine Pendelung der Momentanleistung um die Leistungskurve des idealen Leistungsverlaufs (siehe Bild 2).

**Tabelle 3: Beispiel Verzerrungsblindleistung**

Größe	Beispiel A	Beispiel C
$U_{h1}$	230 V	230 V
$I_{h1}$	4,4 A	4,4 A
$I_{h5}$	0 A	2 A
$\varphi_{h1}$	0 °	0 °
$\varphi_{h5}$	0 °	0 °
$P$	1012 W	1012 W
$S$	1012 VA	1112 VA
$Q_d$	0 VAR	460 VAR



**Bild 2: Momentanleistung einer Periode mit Verzerrungsblindleistung**

Die entstandene Verzerrungsblindleistung  $Q_d$  lässt sich aus der Scheinleistung  $S$  berechnen, welche sich aus der Netzspannung und der geometrischen Summe der Teilströme  $I_{ges}$  ergibt.

$$I_{ges} = \sqrt{I_1^2 + I_5^2} \quad (10)$$

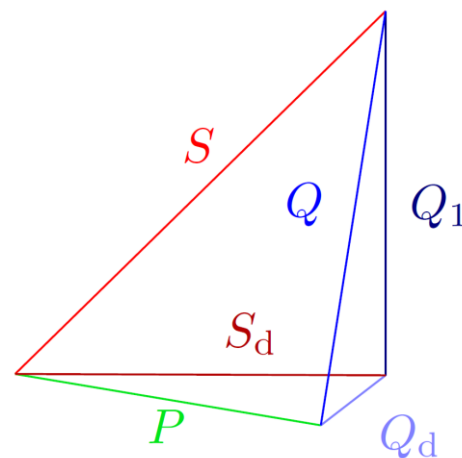
$$S = U_{1N} * I_{ges} \quad (11)$$

$$Q_d = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (12)$$

## Verschiebungs- und Verzerrungsblindleistung

Bei realen Spannungs- und Stromverläufen tritt stets eine Kombination aus verschiedenen Blindleistungsarten auf. Die einzelnen Blindleistungskomponenten können dabei nicht direkt zusammengefasst werden, sondern müssen nach Gleichung 8 quadratisch addiert werden.

Die Kombination der Blindleistungen aus Beispiel B ( $Q_1$ ) und Beispiel C ( $Q_d$ ) ist in Bild 3 dargestellt. Die Gesamtblindleistung  $Q$  ergibt sich dabei aus der quadratischen Addition von  $Q_1$  und  $Q_d$  nach Gleichung 13.



**Bild 3: Kombination aus Verschiebungs- und Verzerrungsblindleistung**

$$Q = \sqrt{Q_d^2 + Q_{h1}^2} = 1811 \text{ VAR} \quad (13)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 2075 \text{ VA} \quad (14)$$

## Modulationsblindleistung

Während Verschiebungs- und Verzerrungsblindleistung bereits bei minimalem Betrachtungsintervall von einer halben Netzfrequenzperiode messbar sind, kann Modulationsblindleistung erst bei längeren Messintervallen erfasst werden. Die benötigte Betrachtungszeit zur korrekten Erfassung von

Modulationsblindleistung ist dabei stark von der Charakteristik des zu analysierenden Betriebsmittels (z.B. Heizlüfter, periodisch angesteuerte Heizung, Personenaufzug) abhängig.

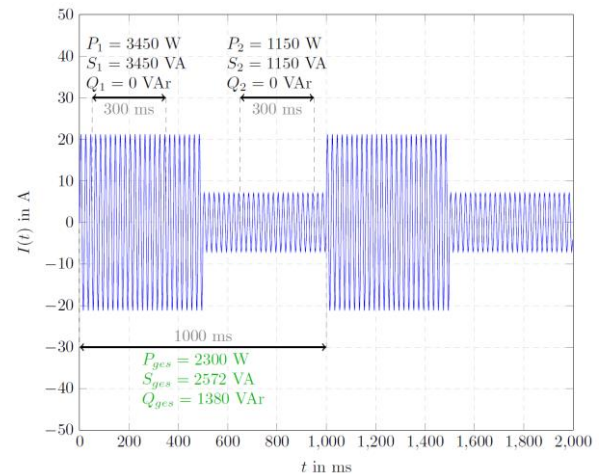
Das Beispiel in Tabelle 4 zeigt den Betrieb eines Heizlüfters mit einer Pulsfrequenz von 1 Hz (Modulationsperiodendauer 1 s). Im ersten Teil der Periode (500 ms) werden Heizung und Lüftermotor parallel betrieben und die Stromaufnahme beträgt 15 A. Im zweiten Teil ist nur noch der Lüfter aktiv, wodurch sich die Stromaufnahme auf 5 A reduziert. Der Strom wird vereinfachend als sinusförmig und phasengleich zur Spannung angenommen, sodass weder Verschiebungs- noch Verzerrungsblindleistung entsteht.

**Tabelle 4: Beispiel Heizlüfter**

Phase	Wert
Heizung + Lüfter	$T_A = 500 \text{ ms}$
	$P_A = 3450 \text{ W}$
	$I_A = 15 \text{ A}$
	$Q_{h1,A} = Q_{d1,A} = 0 \text{ VAr}$
Nur Lüfter	$T_B = 500 \text{ ms}$
	$P_B = 1150 \text{ W}$
	$I_B = 5 \text{ A}$
	$Q_{h1,B} = Q_{d1,B} = 0 \text{ VAr}$
Periodendauer	$T_{mod} = 1000 \text{ ms}$
Spannung	$U_{trms} = 230 \text{ V}$

Das Ergebnis der Leistungsmessung hängt in diesem Fall stark vom Messintervall ab. Wird ein kleineres Intervall als die Periodendauer der Modulation gewählt (z.B.  $T = 300 \text{ ms}$ ), ergeben sich stark schwankende Leistungswerte, da sich der Mittelwert der Leistungsschwingung innerhalb des gewählten Zeitfensters kontinuierlich ändert (siehe Bild 4).

Erst bei der Wahl des Messintervalls als Vielfaches der Periodendauer  $T_{mod}$  entstehen konstante Leistungswerte. Dabei fällt auf, dass die berechnete Wirkleistung  $P_{ges}$  von der Scheinleistung  $S_{ges}$  abweicht, obwohl keine Verschiebungs- oder Verzerrungsblindleistung auftritt.



**Bild 4: Stromverlauf eines gepulsten Heizlüfters**

Dieser Unterschied lässt sich mit der Modulationsblindleistung  $Q_m$  erklären. Diese Blindleistungsart zeichnet sich dadurch aus, dass die Übertragungsleitung zwischen Quelle und Verbraucher zwar in den einzelnen Modulationsphasen ideal ausgenutzt wird, nicht jedoch im zeitlichen Verlauf innerhalb eines Messzyklus.

Im Beispiel aus Tabelle 4 würde eine ideale Übertragung bei einer konstanten Leistung von  $P = 2300 \text{ W}$  erfolgen. Durch die Leistungsschwankung aufgrund der Modulation wird die Leitung im ersten Abschnitt stärker, und im zweiten Abschnitt schwächer belastet als ideal, wodurch die Übertragungsverluste insgesamt steigen. Eine konstante Leistungsübertragung könnte beispielsweise durch Installierung eines Energiespeichers am Anschlusspunkt der Last erreicht werden.

Zur Bestimmung der Modulationsblindleistung wird zunächst die Wirkleistung  $P_{ges}$  im betrachteten Intervall von  $1000 \text{ ms}$  aus dem Produkt aus arithmetischem Mittelwert der Stromeffektivwerte der beiden Modulationsabschnitte und dem Effektivwert der Spannung berechnet. Die Scheinleistung muss hingegen laut Definition aus den Effektivwerten von Spannung und Strom des gesamten Messzyklus berechnet werden. Die geometrische Differenz aus Schein- und Blindleistung ergibt anschließend nach Gleichung 15e die Blindleistung  $Q_m$ .

$$\bar{I} = \frac{I_A + I_B}{2} = 10 \text{ A} \quad (15a)$$

$$I_{trms} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{n=1}^m I_n^2} = 11,185 \text{ A} \quad (15b)$$

$$P_{ges} = U_{trms} \cdot \bar{I} = 2300 \text{ W} \quad (15c)$$

$$S_{ges} = U_{trms} \cdot I_{trms} = 2572 \text{ VA} \quad (15d)$$

$$Q_m = \sqrt{S_{ges}^2 - P_{ges}^2} = 1150 \text{ VAr} \quad (15e)$$

## Leistungsfaktor und $\cos \varphi$

Ein ideales Energieübertragungssystem zeichnet sich dadurch aus, dass die von der Quelle abgegebene elektrische Leistung vollständig am Verbraucher umgesetzt wird. In diesem Fall entspricht die Scheinleistung (mit welcher das Übertragungssystem belastet wird) der umgesetzten Wirkleistung am Verbraucher.

Um die Güte eines nicht-idealen Systems zu beschreiben, wird der Leistungsfaktor  $\lambda$  als Quotient aus Wirk- und Scheinleistung verwendet.

$$\lambda = \frac{|P|}{S} \quad (16)$$

Im Idealfall besitzt dieser Faktor den Wert  $\lambda = 1$  und reduziert sich mit steigendem Blindleistungsanteil bis auf den Wert 0.

Der häufig in Zusammenhang mit dem Leistungsfaktor genannte Wert  $\cos \varphi$  besitzt die gleiche Definition wie der Leistungsfaktor  $\lambda$ , ist jedoch nur in Netzen gültig, in denen Spannung und Strom ideal sinusförmig und symmetrisch sind und dient deshalb ausschließlich zur Beschreibung der Verschiebungsblindleistung der Grundschwingungen.

## Blindleistung im Dreiphasensystem

Alle bisher angesprochenen Berechnungsmethoden sind für einphasige Systeme definiert und können nicht direkt für dreiphasige Systeme übernommen werden. Die einzigen Leistungswerte, welche sich direkt aus der Summe der einzelnen Stränge bestimmen lassen sind Wirkleistung, Verschiebungsblindleistung und Verzerrungsblindleistung.

Da die einphasige Scheinleistung  $S$  kein Vektor ist, kann die Scheinleistung eines Dreiphasensystems ebenfalls nicht durch (skalare oder vektorielle) Addition der Scheinleistungen der einzelnen Phasen berechnet werden.

Aus diesem Grund wird die kollektive Scheinleistung  $S_{\Sigma}$  nach DIN40110-2 als Produkt aus kollektiver Spannung  $U_{\Sigma}$  und kollektivem Strom  $I_{\Sigma}$  definiert.

$$S_{\Sigma} = U_{\Sigma} * I_{\Sigma} \quad (17)$$

Für die Berechnung der kollektiven Werte wird dabei wie folgt zwischen 4-Leiter und 3-Leiter System unterschieden:

### 4-Leiter System:

$$U_{\Sigma 4L} = \sqrt{U10_{trms}^2 + U20_{trms}^2 + U30_{trms}^2} \quad (17 a)$$

$$I_{\Sigma 4L} = \sqrt{I1_{trms}^2 + I2_{trms}^2 + I3_{trms}^2 + I_N_{trms}^2} \quad (17 b)$$

### 3-Leiter System:

$$U_{\Sigma 3L} = \sqrt{\frac{1}{3}(U12_{trms}^2 + U23_{trms}^2 + U31_{trms}^2)} \quad (17 c)$$

$$I_{\Sigma 3L} = \sqrt{I1_{trms}^2 + I2_{trms}^2 + I3_{trms}^2} \quad (17 d)$$

## Kollektive Modulationsblindleistung

Der Wert der Modulationsblindleistung eines Dreiphasensystems hängt einerseits von den Modulationsblindleistungen der einzelnen Phasen ab, kann jedoch nicht direkt aus den für die Einphasensysteme berechneten Werten bestimmt werden.

Zur Verdeutlichung dieses Verhaltens wird ein dreiphasiges System mit den in Tabelle 5 dargestellten Stromverläufen betrachtet. Jede Phase besitzt dabei einen modulierten Stromverlauf (1 A / 0 A) mit einer Periodendauer von 1 s sowie einem Auslastungsgrad von 0,334.

Die Modulationsblindleistung pro Phase beträgt  $Q_{mod} = 110 \text{ var}$  (Die Leistungen werden mit einem Messintervall von 1 s berechnet) und es treten keine Verschiebungs- oder Verzerrungsblindleistungen auf.

Tabelle 5: Modulationsblindleistung (dreiphasig)

Phase	I	P	$T_{on}$	$Q_{mod}$
1	1 A	76 W	0,334 s	110 VAR
2	1 A	76 W	0,334 s	110 VAR
3	1 A	76 W	0,334 s	110 VAR

Die Modulationsblindleistung des Dreiphasensystems  $Q_{\Sigma,mod}$  ist nun vor allem davon abhängig, wie die Modulationspakete der einzelnen Phasen zeitlich zueinander verteilt sind.

Im Beispiel aus Bild 5 werden die drei Phasen symmetrisch belastet, sodass die Gesamtleistung des Systems  $P_{\Sigma}$  zwischen 0 W und 690 W schwankt. In diesem Fall entsteht eine kollektive Modulationsblindleistung von  $Q_{\Sigma,mod} = 330 \text{ var}$ , was der Summe der Modulationsblindleistungen der einzelnen Phasen entspricht.

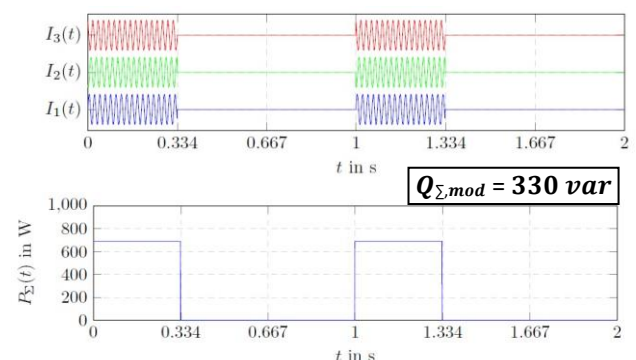


Bild 5: Symmetrische Belastung

Werden die Schwingungspakete der einzelnen Phasen dagegen, wie in Bild 6 um jeweils ein Drittel der Modulationsperiode zueinander verschoben, ist die kollektive Wirkleistung  $P_{\Sigma}$  konstant. Dies hat zur Folge, dass sich die kollektive Modulationsblindleistung des Dreiphasensystems auf den Wert 0 reduziert, obwohl die einzelnen Phasen weiterhin eine Modulationsblindleistung von 110 Var besitzen.

Somit gilt für die kollektive Modulationsblindleistung:

Wir regeln das.

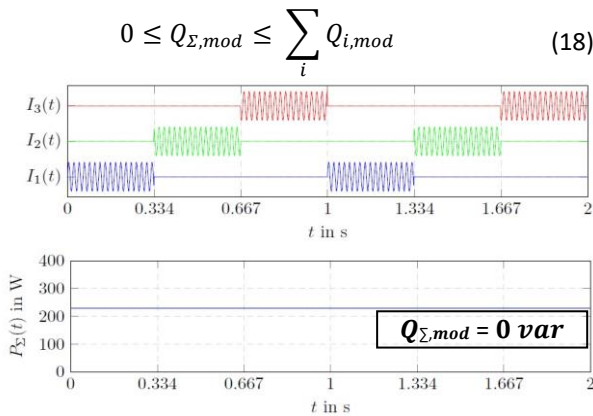


Bild 6: Unsymmetrische Belastung

## Unsymmetrieblindleistung

In dreiphasigen Systemen kann ein Gesamtleistungsfaktor kleiner 1 erreicht werden, selbst wenn jede Phase konstant mit einem idealen Verbraucher belastet wird.

Als Beispiel für diesen Fall ist in Tabelle 6 ein 4-Leiter System mit symmetrischen Spannungen und einer dreiphasigen ohmschen Last dargestellt. Die erste Phase wird mit 5 A belastet, die 2. Phase mit 3 A sowie Phase 3 mit 1 A. Der N-Leiter Strom beträgt unter diesen Voraussetzungen  $IN_{tmrs} = 3,464 \text{ A}$ .

Tabelle 6: Beispiel Unsymmetrieblindleistung

Phase	U	I	P	S	$\lambda$
1	230 V	5 A	1150 W	1150 VA	1
2	230 V	3 A	690 W	690 VA	1
3	230 V	1 A	230 W	230 VA	1
$\Sigma$	398,4 V	6,85 A	2070 W	2730 VA	0,76

Für die Bestimmung der Blindleistung wird zunächst die kollektive Scheinleistung  $S_{\Sigma}$  sowie die kollektive Wirkleistung  $P_{\Sigma}$  berechnet.

$$U_{\Sigma 4L} = \sqrt{230V^2 + 230V^2 + 230V^2} = 398,37V \quad (19a)$$

$$I_{\Sigma 4L} = \sqrt{5A^2 + 3A^2 + 1A^2 + 3,464A^2} = 6,85A \quad (19b)$$

$$S_{\Sigma} = 398,37V * 6,85A = 2730 VA \quad (19c)$$

$$P_{\Sigma} = 1150W + 690 W + 230W = 2070W \quad (19d)$$

Anschließend kann die Blindleistung nach Gleichung 7 berechnet werden wodurch sich ein Leistungsfaktor von  $\lambda = 0,76$  ergibt.

$$Q = \sqrt{2730 VA^2 - 2070 W^2} = 1780Var \quad (19e)$$

Die Auswirkungen der unsymmetrischen Belastung auf die dreiphasige Leistungsübertragung werden beim Vergleich der Summenleistung mit einem symmetrischen System (Bild 8) deutlich.

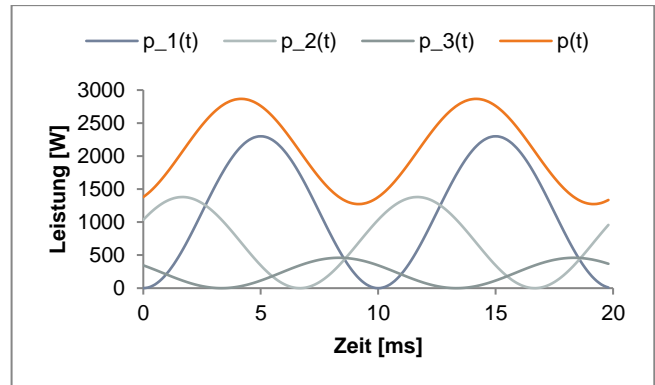


Bild 7: Momentanleistung im Dreiphasensystem (unsymmetrisch)

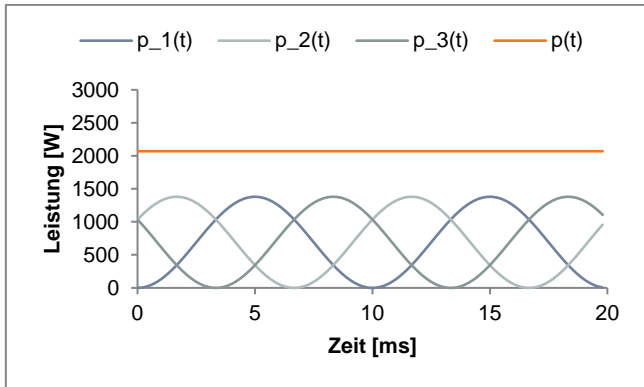
Im unsymmetrischen Fall (Bild 7) schwankt die Summenleistung  $p(t)$  über die Netzfrequenzperiode zwischen 1450 W und 2800 W. Die Leitung zwischen Quelle und Verbraucher wird somit zeitlich nicht optimal ausgenutzt, da die momentane Leistung zeitweise die mittlere Leistung von 2070 W überschreitet bzw. unterschreitet.

Beim symmetrischen Fall, welcher für die gleiche mittlere Leistung in Bild 8 dargestellt ist, beträgt die Summenleistung  $p(t)$  über die gesamte Periode konstant 2070 W. Damit wird die Übertragungsleitung ideal ausgenutzt und der Leistungsfaktor besitzt den Betrag 1.

Der kollektive Strom  $I_{\Sigma}$  reduziert sich bei symmetrischer Belastung auf 5,196 A.

$$I_{\Sigma 4L} = \sqrt{3A^2 + 3A^2 + 3A^2 + 0A^2} = 5,196A \quad (20)$$

Phase	U	I	P	S	$\lambda$
1	230 V	3 A	690 W	690 VA	1
2	230 V	3 A	690 W	690 VA	1
3	230 V	3 A	690 W	690 VA	1
$\Sigma$	398,4 V	5,196 A	2070 W	2070 VA	1



**Bild 8: Momentanleistung im Dreiphasensystem (symmetrisch)**

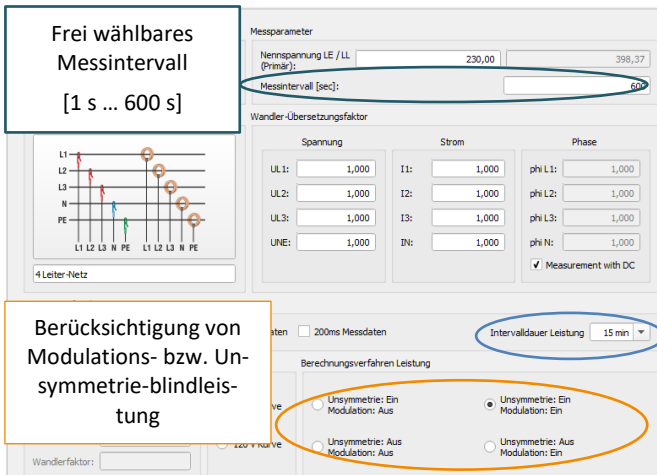
### Leistungsmessung in der Praxis

Um die verschiedenen Leistungsarten je nach Anwendungsfall korrekt zu messen, bieten die mobilen Power Quality Analytoren von A. Eberle (PQ-Box 50, 100, 150, 200 und 300) eine Vielzahl von Einstellungsmöglichkeiten. Diese sind in Bild 9 dargestellt.

Für die Aufzeichnung von Langzeitdaten und die damit verbundene Berechnung von Schein-, Blind- und Wirkleistungen existieren zwei frei parametrierbare Messintervalle. Das N-Sekunden Intervall kann dabei in einem Bereich von 1 s bis 600 s eingestellt werden. Zusätzlich werden Leistungen und Energien im Standard-Intervall von 10, 15 oder 30 min aufgezeichnet.

Für die Bestimmung der zyklischen Messdaten in den gewählten Datenklassen werden stets alle beschriebenen Blindleistungsarten (Verschiebung, Verzerrung, Modulation und Unsymmetrie) berechnet.

Bei der Berechnung der kollektiven Blind- und Scheinleistung kann außerdem je nach Anwendungsfall ausgewählt werden, ob Modulations- und/oder Unsymmetrieblindleistung berücksichtigt werden sollen.



**Bild 9: Grundeinstellungen PQ-Box**

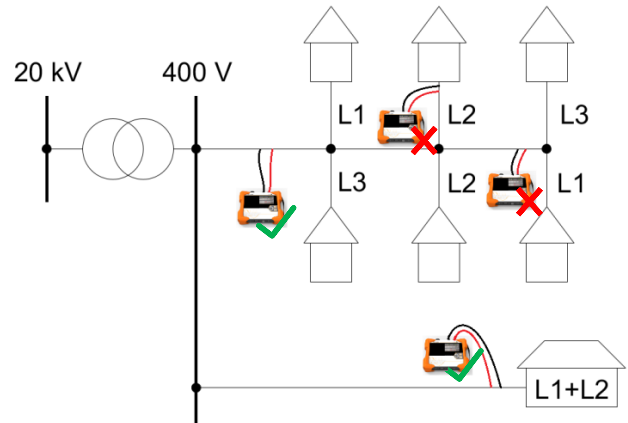
### Auswahl von Berechnungsverfahren nach Anwendung

Während Verschiebungs- und Verzerrungsblindleistung grundsätzlich an jedem Messpunkt eine Aussagekraft haben, müssen bei der Messung von Unsymmetrieblindleistung die Randbedingungen der Messung sowie die Position der Messstelle im Netz berücksichtigt werden, um sinnvolle Messdaten zu erhalten.

Beispielhaft ist dazu in Bild 10 schematisch ein 400 V Ortsnetz mit Ortsnetztransformator, überwiegend einphasig angeschlossenen Haushalten sowie einem Industriebetrieb mit zweiphasiger Last (z.B. Schweißgerät) dargestellt.

Entscheidend für die Messung von Unsymmetrieblindleistung ist demnach vor allem die Länge des Leitungsabschnittes, welcher durch die gemessene Blindleistung belastet wird. Bei einer Messung in einem Wohngebiet, in welchem die einzelnen Lasten überwiegend einphasig angeschlossen sind, treten sehr große Unsymmetrien auf. Die messbare Unsymmetrieblindleistung hat hier jedoch keine große Aussagekraft, da sich die Belastung des Dreiphasensystems an jedem nahegelegenen Knotenpunkt ändert und somit kein größerer Netzabschnitt unsymmetrisch belastet wird.

Sinnvoll ist die Betrachtung von Unsymmetrieblindleistung dagegen bei Messungen direkt am Ortsnetztransformator oder an langen Versorgungsleitungen für unsymmetrische Lasten, wie in Bild 10 dargestellt.



**Bild 10: Sinnvolle Messung von Unsymmetrieblindleistung**

Die Messung von Modulationsblindleistung ist sehr stark von dem gewählten Messintervall abhängig. Eine Berücksichtigung dieser Blindleistung für die Berechnung der kollektiven Scheinleistungen ist deshalb nur sinnvoll, wenn Lasten mit periodisch schwankender Leistung vorhanden sind und die Modulationsfrequenz der Leistungsschwankung bekannt ist.

### Interpretation von Messergebnissen

In der Analyse- und Auswertesoftware WinPQ mobil werden die Leistungskomponenten nach ihrem Typ gruppiert. Die in Bild 11 dargestellte Verschiebungsblindleistung QV zeichnet

sich dabei durch das Vorzeichen (negativ für kapazitiven Verbraucher) aus. Außerdem ergibt die Summe der Strangblindleistungen stets die Gesamtverschiebungsblindleistung  $Q_{\Sigma}$ . Die Verzerrungsblindleistung  $D$  besitzt kein Vorzeichen und kann ebenfalls durch einfache Addition der Stranggrößen summiert werden (siehe Bild 11).

Grundschiwungsblindleistung		Verzerrungsblindleistung	
QV1:	-28.067 Var	D1:	153.575 Var
QV2:	-11.748 Var	D2:	65.979 Var
QV3:	-19.872 Var	D3:	85.673 Var
Q Summe:	-59.687 Var	D Summe:	305.228 Var

**Bild 11: Grundschiwungs- und Verzerrungsblindleistung**

Anders verhält es sich mit der Modulationsblindleistung. Wie im Abschnitt „kollektive Modulationsblindleistung“ beschrieben, kann die Gesamtblindleistung  $Q_{\Sigma,mod}$  nicht direkt aus den Stranggrößen bestimmt werden, sondern ist abhängig von dem zeitlichen Verlauf der Strangleistungen zueinander.

Modulationsblindleistung		Unsymmetriblindleistung	
Q mod 1:	4.412 Var	Qu: 138.628 Var	
Q mod 2:	1.931 Var		
Q mod 3:	2.493 Var		
Q mod Summe:	9.379 Var		

**Bild 12: Modulations- und Unsymmetriblindleistung**

Die kollektive Blindleistung wird nach der Beziehung aus Gleichung 8 gebildet, wobei nur die in den Grundeinstellungen des Messgeräts definierten Größen berücksichtigt werden (siehe Tabelle 7).

**Tabelle 7: Blindleistungsberechnung in Abhängigkeit der gewählten Berechnungsmethode**

Einstellung	Blindleistungsberechnung
Keine Unsymmetrie Keine Modulation	$Q_{\Sigma} = \sqrt{Q_{h1}^2 + Q_d^2}$
Unsymmetrie Keine Modulation	$Q_{\Sigma} = \sqrt{Q_{h1}^2 + Q_d^2 + Q_u^2}$
Keine Unsymmetrie Modulation	$Q_{\Sigma} = \sqrt{Q_{h1}^2 + Q_d^2 + Q_m^2}$
Unsymmetrie Modulation	$Q_{\Sigma} = \sqrt{Q_{h1}^2 + Q_d^2 + Q_m^2 + Q_u^2}$

Diese wird anschließend zur Berechnung der Strangscheinleistungen sowie der kollektiven Scheinleistung des Dreiphasensystems verwendet, wie in Bild 13 (Indirekte Messung: Berechnung durch Addition der Stranggrößen) dargestellt.

Kollektive Blindleistung		Leistung	
Q1:	152.215 Var	P1:	113.470 W
Q2:	65.331 Var	P2:	48.803 W
Q3:	86.191 Var	P3:	62.487 W
Q Summe:	333.930 Var	P Summe:	224.760 W
		S1:	190.417 VA
		S2:	81.789 VA
		S3:	106.779 VA
		S Summe:	403.790 VA

**Bild 13: Kollektive Wirk-, Blind- und Scheinleistung**

**Tabelle 8: Übersicht der möglichen Blindleistungsarten im Ein- und Dreiphasensystem**

Größe	Einphasensystem	Dreiphasensystem
Verschiebungsblindleistung Grundschiwung	X	X <sup>3</sup>
Verschiebungsblindleistung Harmonische	X	X <sup>3</sup>
Verzerrungsblindleistung	X	X <sup>3</sup>
Modulationsblindleistung	X	X
Unsymmetriblindleistung	-	X